MATEMATIKA 5

M5PAD18C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 14

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zapisují pouze výsledky úloh.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1–6** a **14** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

max. 4 body

1 Vypočtěte:

1.1

$4 \cdot 16 - 16 : 2 + 0 \cdot 125 - 25 =$

Řešení:

$4 \cdot 16 - 16 : 2 + 0 \cdot 125 - 25 = 64 - 8 + 0 - 25 = 56 - 25 = \mathbf{31}$

1.2

$100 - [35 - (15 + 11)] - 35 =$

Řešení:

$100 - [35 - (15 + 11)] - 35 = 100 - (35 - 26) - 35 = 100 - 9 - 35 = 91 - 35 = \mathbf{56}$

Rychlejší způsob řešení:

$100 - [35 - (15 + 11)] - 35 = 65 - (35 - 26) = 65 - 9 = \mathbf{56}$

---

max. 3 body

2 Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:

2.1

2 m 12 cm = 85 cm + $\boxed{}$ cm

Řešení:

Vše počítáme v centimetrech:

212 cm = 85 cm + $\boxed{?}$ cm

212 cm = 85 cm + $\boxed{127}$ cm

2 m 12 cm = 85 cm + $\boxed{\mathbf{127}}$ cm

2.2

$$26\text{ km} - \boxed{} \cdot 400\text{ m} = 9\text{ km } 200\text{ m}$$

Řešení:

Vše počítáme v metrech:

$$26\,000\text{ m} - \boxed{} \cdot 400\text{ m} = 9\,200\text{ m}$$

$$26\,000\text{ m} - 9\,200\text{ m} = \boxed{} \cdot 400\text{ m}$$

$$16\,800\text{ m} = \boxed{?} \cdot 400\text{ m}$$

$$16\,800\text{ m} = \boxed{42} \cdot 400\text{ m}$$

$$26\text{ km} - \boxed{\mathbf{42}} \cdot 400\text{ m} = 9\text{ km } 200\text{ m}$$

2.3

$$\boxed{}\text{ minut} + 300\text{ sekund} = 1\text{ hodina}$$

Řešení:

Vše počítáme v minutách:

$$\boxed{?}\text{ minut} + 5\text{ minut} = 60\text{ minut}$$

$$\boxed{55}\text{ minut} + 5\text{ minut} = 60\text{ minut}$$

$$\boxed{\mathbf{55}}\text{ minut} + 300\text{ sekund} = 1\text{ hodina}$$

Jiný způsob řešení:

Vše budeme počítat nejprve v sekundách:

$$\boxed{?}\text{ sekund} + 300\text{ sekund} = 3\,600\text{ sekund}$$

$$\boxed{3\,300}\text{ sekund} + 300\text{ sekund} = 3\,600\text{ sekund}$$

Výsledek má být uveden v minutách:

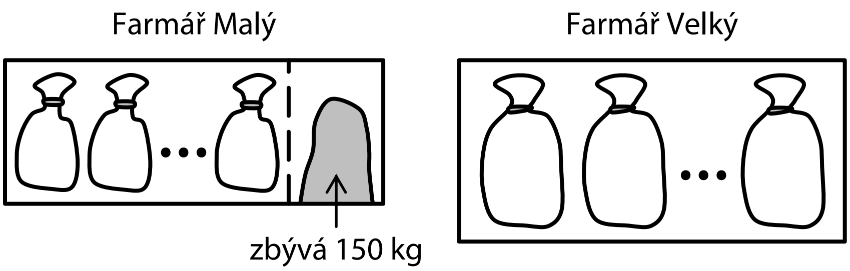
$$\boxed{\mathbf{55}}\text{ minut} + 300\text{ sekund} = 1\text{ hodina}$$

V záznamovém archu uveďte **čísla doplněná do rámečků**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Farmář Malý svou úrodu pšenice plní do malých pytlů. Do každého pytle se vejde 30 kg pšenice. Farmáři zbývá naplnit do pytlů ještě 150 kg pšenice, což je jedna čtvrtina jeho úrody pšenice.

Farmář Velký má o polovinu větší úrodu pšenice než farmář Malý. Celou svou úrodu pšenice již uskladnil ve velkých pytlích. Do každého pytle nasypal 50 kg pšenice.



(*CZVV*)

max. 4 body

3 Vypočtěte,

3.1 kolik malých pytlů pšenice již farmář Malý naplnil;

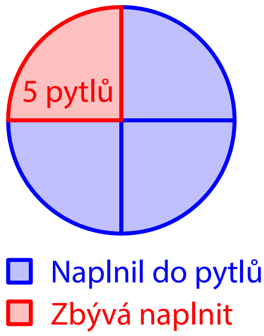
Řešení:

Farmář Malý

30 kg ... 1 pytel
150 kg ... 5 pytlů (150 : 30 = 5)

Zbývá naplnit ... 5 pytlů
Celá úroda ... 20 pytlů ($4 \cdot 5 = 20$)
Již naplnil ... **15 pytlů** ($20 - 5 = \mathbf{15}$, případně $3 \cdot 5 = \mathbf{15}$)

Farmář Malý již naplnil **15 malých pytlů** pšenice.



Jiný způsob řešení:

Farmář Malý

Zbývá naplnit ... 150 kg ... čtvrtina úrody
Celá úroda ... 600 kg ($4 \cdot 150 = 600$)
Již naplnil ... 450 kg ($600 - 150 = 450$, případně $3 \cdot 150 = 450$)

30 kg ... 1 pytel
450 kg ... **15 pytlů** (450 : 30 = **15**)

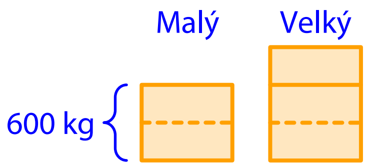
Farmář Malý již naplnil **15 malých pytlů** pšenice.

3.2 v kolika velkých pytlích uskladnil celou svou úrodu pšenice farmář Velký.

Řešení:

Farmář Velký má o polovinu větší úrodu pšenice než farmář Malý.

Farmář Malý: 600 kg (4 · 150 = 600, viz řešení úlohy 3.1)



Farmář Velký:
600 kg : 2 = 300 kg
600 kg + 300 kg = 900 kg
případně 3 · 300 kg = 900 kg

50 kg ... 1 pytel
900 kg ... **18 pytlů** (900 : 50 = **18**)

Farmář Velký uskladnil celou svou úrodu pšenice **v 18 velkých pytlích**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleniny, Bořkovy i Cyrilovy čerstvě nakrájené houby snížily svou hmotnost během první noci o třetinu a po týdnu už měly jen desetinu hmotnosti čerstvě nakrájených hub.

Aleniny čerstvě nakrájené houby měly hmotnost 1 650 gramů. Bořkovy nakrájené houby ztratily na váze během první noci 720 gramů a Cyrilovy houby měly po týdnu hmotnost 210 gramů.

(*CZVV*)

max. 5 bodů

4 **Vypočtěte**, kolik gramů vážily **po první noci**

4.1 Aleniny houby;

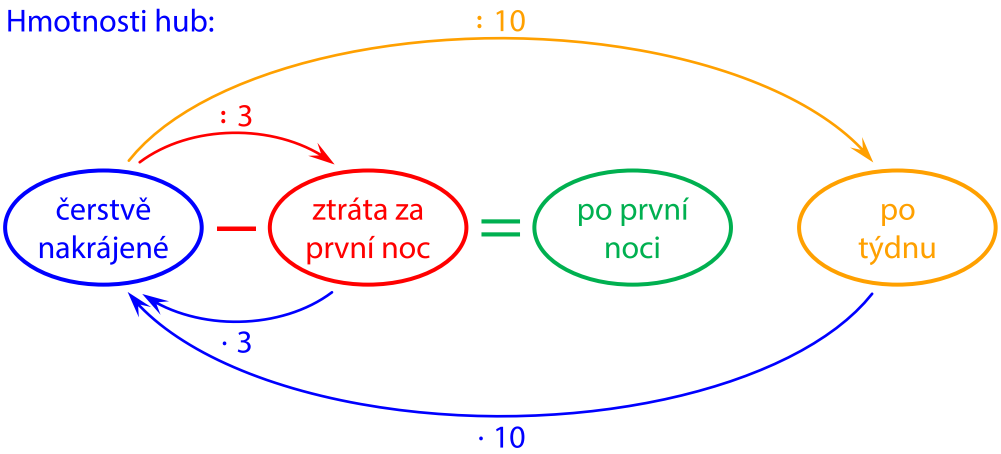
4.2 Bořkovy houby;

4.3 Cyrilovy houby.

Řešení:

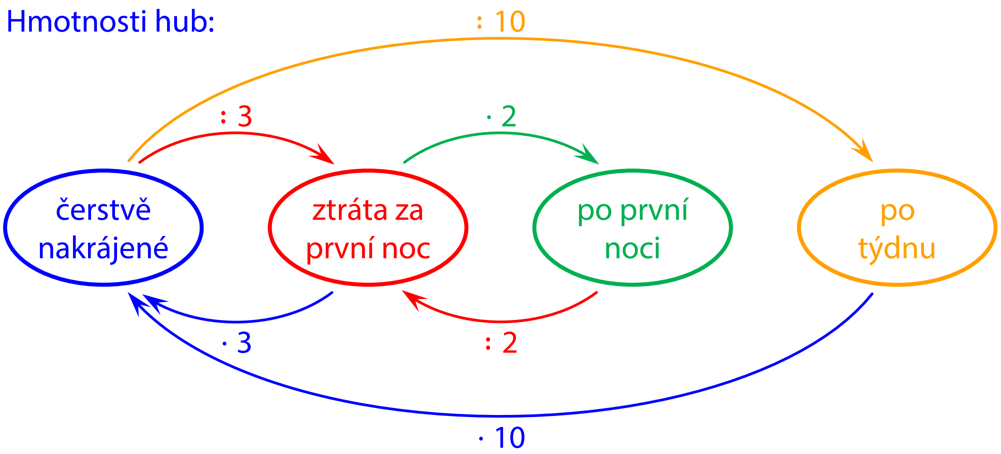
Vztahy uvedené v zadání znázorníme graficky.

Hmotnosti hub:



případně

Hmotnosti hub:



4.1 Aleniny čerstvě nakrájené houby měly hmotnost 1 650 gramů.

$$\begin{tikzcd} 1\,650\text{ g} \arrow[rr, bend left, ":3"] & - & 550\text{ g} & = & 1\,100\text{ g} \end{tikzcd}$$

případně

$$\begin{tikzcd} 1\,650\text{ g} \arrow[r, bend left, ":3"] & 550\text{ g} \arrow[r, bend left, "\cdot 2"] & 1\,100\text{ g} \end{tikzcd}$$

Po první noci vážily Aleniny houby **1 100 gramů**.

4.2 Bořkovy nakrájené houby ztratily na váze během první noci 720 gramů.

$$\begin{tikzcd} 2\,160\text{ g} & - & 720\text{ g} \arrow[ll, bend left, "\cdot 3"] & = & 1\,440\text{ g} \end{tikzcd}$$

případně

$$\begin{tikzcd} & 720\text{ g} \arrow[r, bend left, "\cdot 2"] & 1\,440\text{ g} \end{tikzcd}$$

Po první noci vážily Bořkovy houby **1 440 gramů**.

4.3 Cyrilovy houby měly po týdnu hmotnost 210 gramů.

$$\begin{tikzcd} 2\,100\text{ g} \arrow[rr, bend left, ":3"] & - & 700\text{ g} & = & 1\,400\text{ g} & & 210\text{ g} \arrow[llllll, bend left, "\cdot 10"] \end{tikzcd}$$

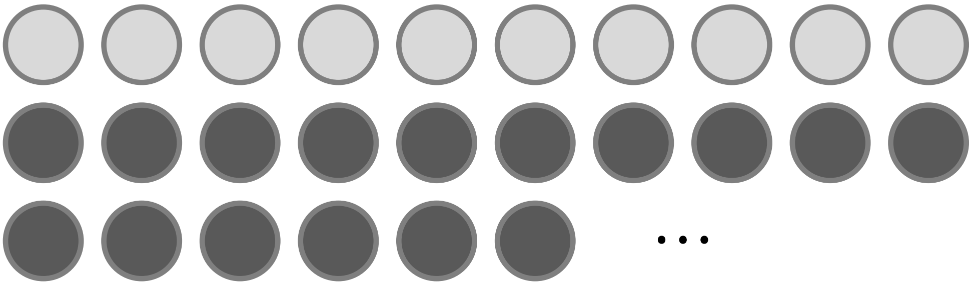
případně

$$\begin{tikzcd} 2\,100\text{ g} \arrow[r, bend left, ":3"] & 700\text{ g} \arrow[r, bend left, "\cdot 2"] & 1\,400\text{ g} & 210\text{ g} \arrow[lll, bend left, "\cdot 10"] \end{tikzcd}$$

Po první noci vážily Cyrilovy houby **1 400 gramů**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Na stole bylo 10 světlých kuliček a o něco více tmavých kuliček.



Ema a Ivo si rozdělili **všech 10 světlých** kuliček tak, že Ema si vzala o 4 kuličky více než Ivo.

Ema si pak vzala ještě několik tmavých kuliček a Ivo si jich vzal dvakrát více než Ema. Dohromady obě děti odebraly **jen tolik tmavých** kuliček, aby měly celkový počet kuliček stejný.

(*CZVV*)

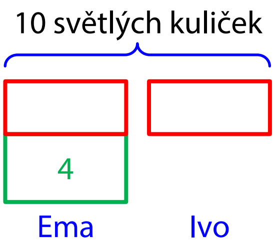
max. 4 body

5 Vypočtěte,

5.1 kolik světlých kuliček si vzala Ema;

Řešení:

Ema a Ivo si rozdělili všech 10 světlých kuliček tak, že Ema si vzala o 4 kuličky více než Ivo.

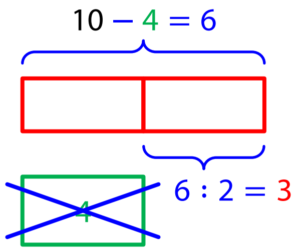


Světlé kuličky

Ivo:
$10 - 4 = 6$
$6 : 2 = 3$

Ema: $3 + 4 = \mathbf{7}$

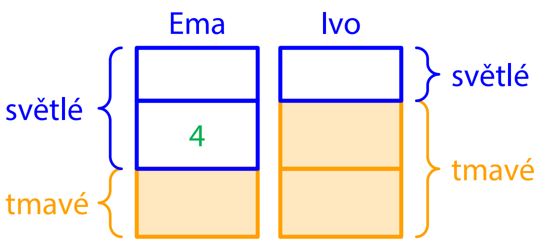
Ema si vzala **7 světlých kuliček**.



5.2 kolik tmavých kuliček si vzal Ivo;

5.3 kolik kuliček si celkem vzala Ema.

Řešení:



Ema si vzala o 4 světlé kuličky více než Ivo.
Aby měly obě děti celkový počet kuliček stejný, musel si Ivo vzít o 4 tmavé kuličky více než Ema.

Aby měl Ivo dvakrát více tmavých kuliček než Ema, vzal si 8 tmavých kuliček ($4 + 4 = 8$).
Ema si vzala 4 tmavé kuličky.

5.2 Ivo si vzal **8 tmavých kuliček** ($2 \cdot 4 = \mathbf{8}$).

5.3 Ema si vzala celkem **11 kuliček** ($7 + 4 = \mathbf{11}$).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Jana si nahrála na několik CD všechny lekce angličtiny, a to postupně od první lekce do poslední. Jednotlivá CD zaplňovala rovněž v pořadí od prvního do posledního CD.

Na každém CD je stejný počet lekcí.

Lekce číslo 49 je v pořadí na pátém CD.

(CZVV)

max. 3 body

6 Určete, kolik lekcí může být na jednom CD.
Uveďte všechna možná řešení.

Řešení:

Lekce číslo 49 je v pořadí na pátém CD.
Většina předchozích lekcí je na předchozích čtyřech CD, i když některé z lekcí mohou být společně s lekcí číslo 49 na pátém CD.

Na každém CD je stejný počet lekcí.
Celkový počet lekcí na předchozích čtyřech CD musí být dělitelný čtyřmi beze zbytku:

$48 = 4 \cdot 12$ na každém CD je 12 lekcí … lekce číslo 49 je na pátém CD jako 1. v pořadí
$44 = 4 \cdot 11$ na každém CD je 11 lekcí … lekce číslo 49 je na pátém CD jako 5. v pořadí
$40 = 4 \cdot 10$ na každém CD je 10 lekcí … lekce číslo 49 je na pátém CD jako 9. v pořadí

Kdyby bylo na každém CD méně než 10 lekcí, lekce číslo 49 by se již nevešla na páté CD.

Na jednom CD může být **10, 11 nebo 12 lekcí**.

Jiný způsob řešení:

Aby byla lekce číslo 49 na pátém CD, musí být na pěti CD nahráno celkem alespoň 49 lekcí a na čtyřech CD musí být nahráno méně než 49 lekcí:

Počet skladeb na 5 CD (dělitelný pěti beze zbytku; alespoň 49)	50	55	60	65
Počet skladeb na 1 CD	**10**	**11**	**12**	13
Počet skladeb na 4 CD (méně než 49)	40	44	48	52 (nelze)

Na jednom CD může být **buď 10, nebo 11, nebo 12 lekcí**.

Další způsob řešení:

$49 : 5 = 9$, zbytek 4
Tedy na jednom CD musí být více než 9 lekcí.

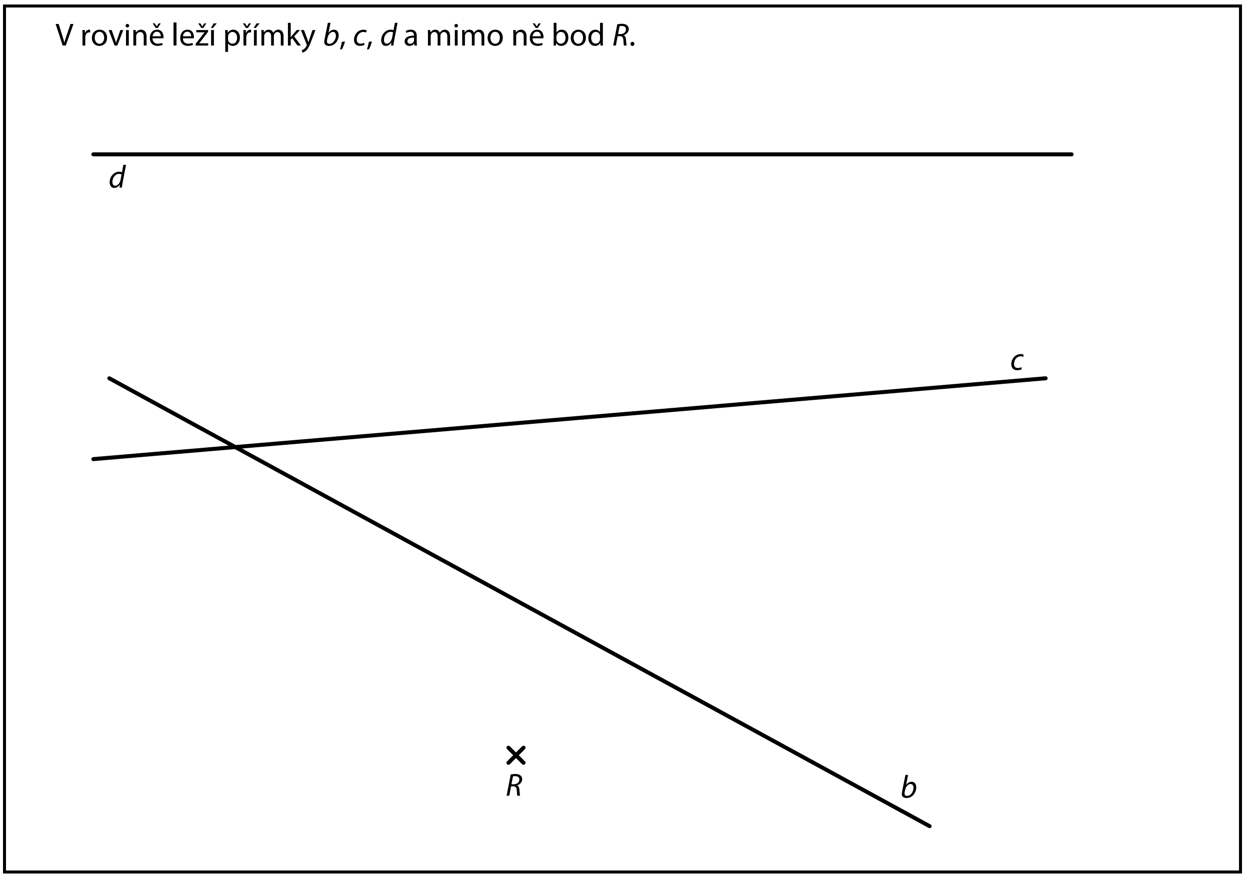
$49 : 4 = 12$, zbytek 1
Tedy na jednom CD musí být nejvýše 12 lekcí.

Na jednom CD může být **buď 10, nebo 11, nebo 12 lekcí**.

Doporučení pro úlohu **7**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží přímky *b*, *c*, *d* a mimo ně bod *R*.



(*CZVV*)

max. 6 bodů

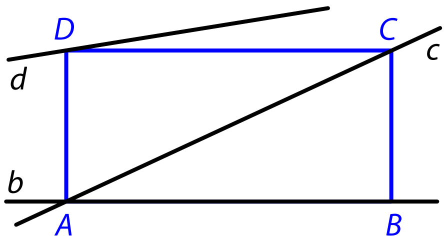
7 V průsečíku přímek *b*, *c* je vrchol *A* obdélníku *ABCD*. Vrchol *B* téhož obdélníku leží na přímce *b*, vrchol *C* na přímce *c* a vrchol *D* na přímce *d*.

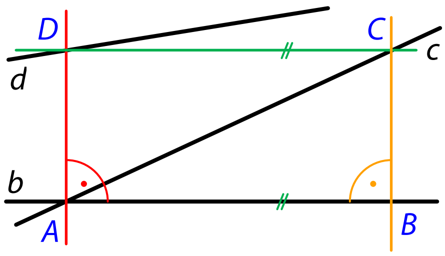
7.1 **Sestrojte** chybějící vrcholy obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.

(Z výchozího obrázku k úloze 7 se k řešení úlohy 7.1 nevyužije bod *R*.)

Řešení:

Provedeme náčrtek obdélníku *ABCD* a černě v něm vyznačíme, co je uvedeno v zadání. Je to přímka *b* obsahující stranu *AB*, přímka *c* procházející vrcholy *A*, *C* a přímka *d* procházející vrcholem *D*.

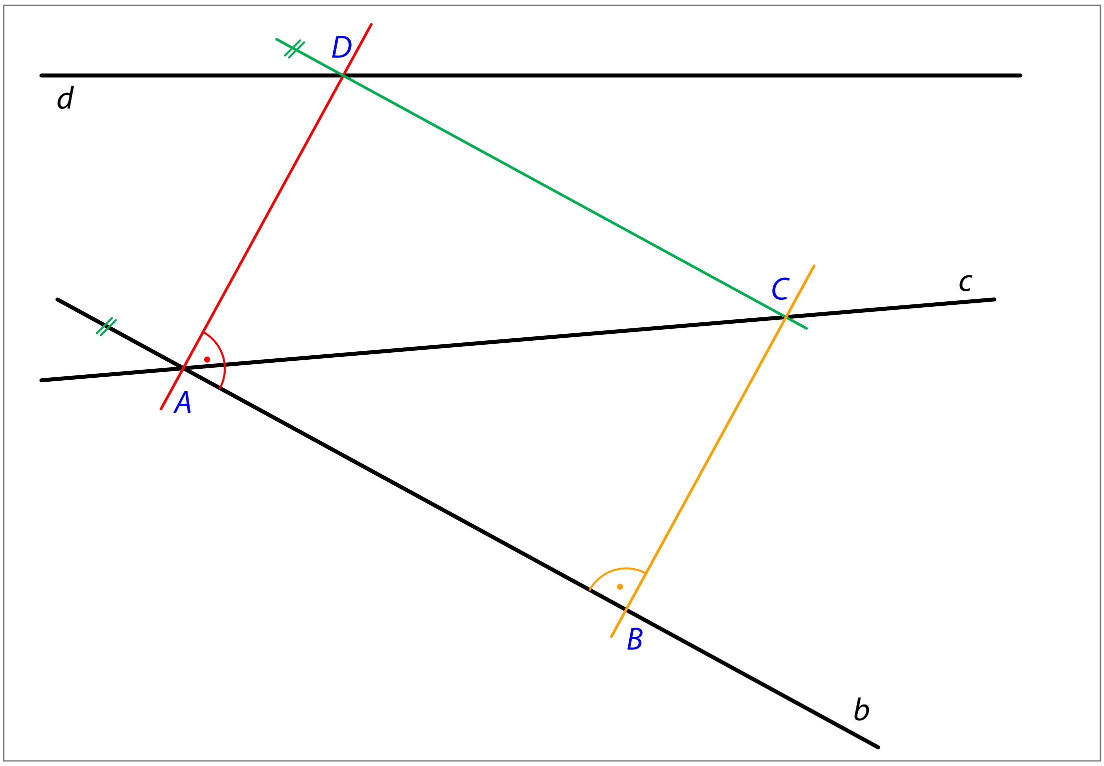




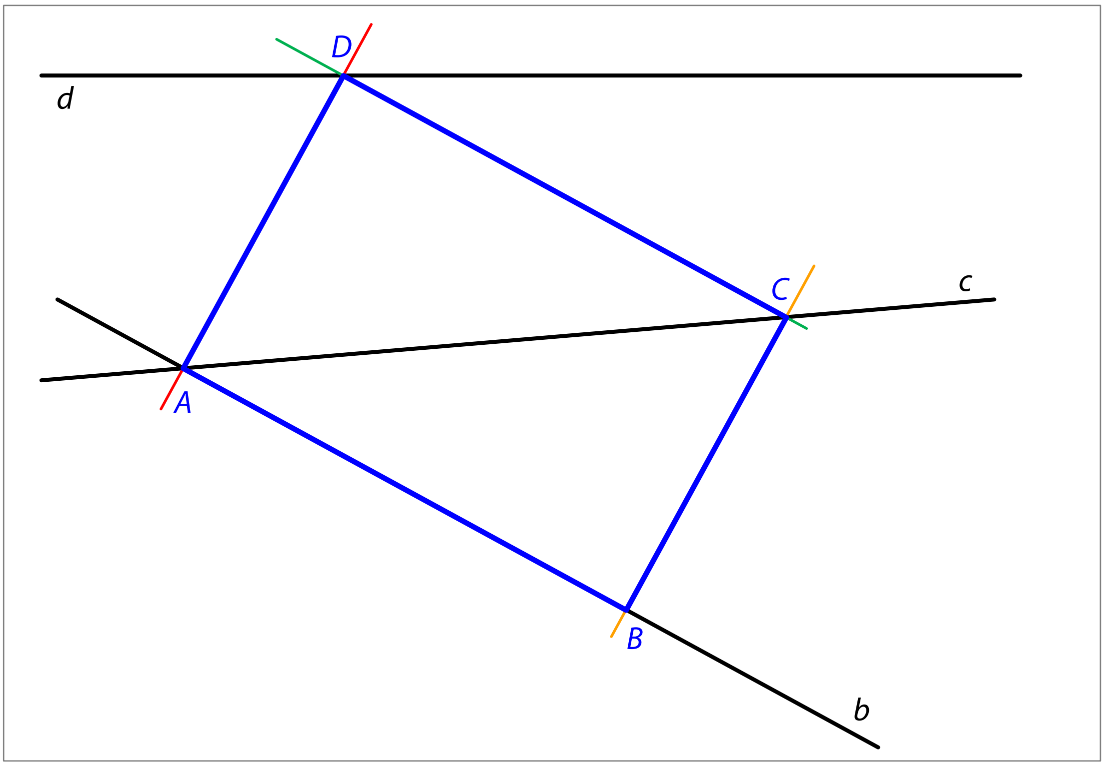
Představme si, že vidíme tři zadané přímky *b*, *c* a *d* a z obdélníku *ABCD* zatím jen vrchol *A*, který je v průsečíku přímek *b*, *c*. Pomocí nich bychom měli sestrojit chybějící vrcholy obdélníku.

Vrchol *B* bude ležet na přímce *b*. Vrchol *D* bude ležet na přímce *d* i na přímce vedené bodem *A* kolmo k přímce *b*. Vrchol *C* bude ležet na přímce *c* i na přímce rovnoběžné s přímkou *b* a procházející bodem *D*. Vrchol *B* bude potom ležet na přímce vedené bodem *C* kolmo k přímce *b*.

Rýsujeme podle následujících kroků:



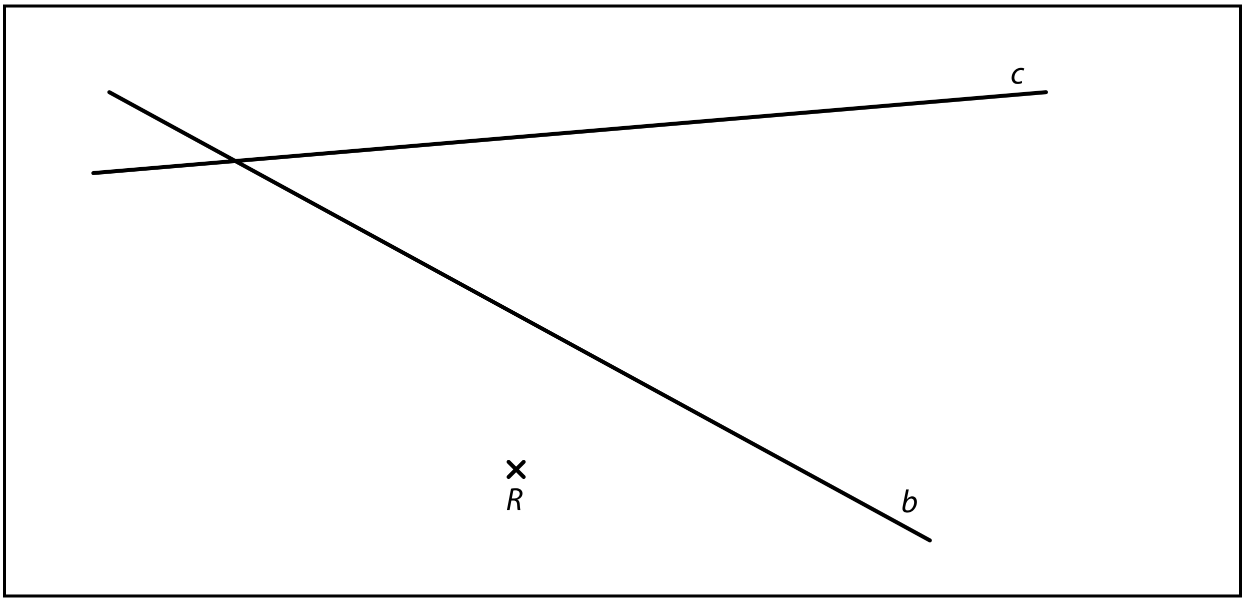
1. Průsečík přímek *b*, *c* je vrchol *A* obdélníku *ABCD*.
2. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *b*.
3. Průsečík červené přímky s přímkou *d* je vrchol *D* obdélníku *ABCD*.
4. Bodem *D* vedeme rovnoběžku s přímkou *b*.
5. Průsečík zelené přímky s přímkou *c* je vrchol *C* obdélníku *ABCD*.
6. Bodem *C* vedeme kolmici k přímce *b*.
7. Průsečík oranžové přímky s přímkou *b* je vrchol *B* obdélníku *ABCD*.



8. Zvýrazníme obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)

Závěr: Úloha má 1 řešení.

ČÁST VÝCHOZÍHO OBRÁZKU PRO ŘEŠENÍ ÚLOHY 7.2

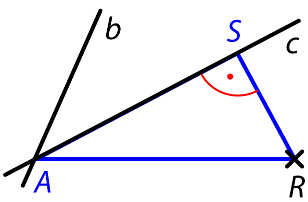


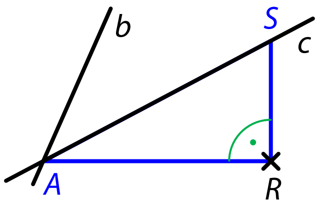
7.2 Na přímce *c* **sestrojte** bod *S* tak, aby obrazec *ARS* byl pravoúhlý trojúhelník.
Bod *S* **označte** a trojúhelník *ARS* **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

(Z výchozího obrázku k úloze 7 se k řešení úlohy 7.2 nevyužije přímka *d*.)

Řešení:

Provedeme náčrtek pravoúhlého trojúhelníku *ARS* a černě v něm vyznačíme, co je uvedeno v zadání. Je to vrchol *R*, přímka *b* procházející vrcholem *A* a přímka *c* obsahující stranu *AS*.

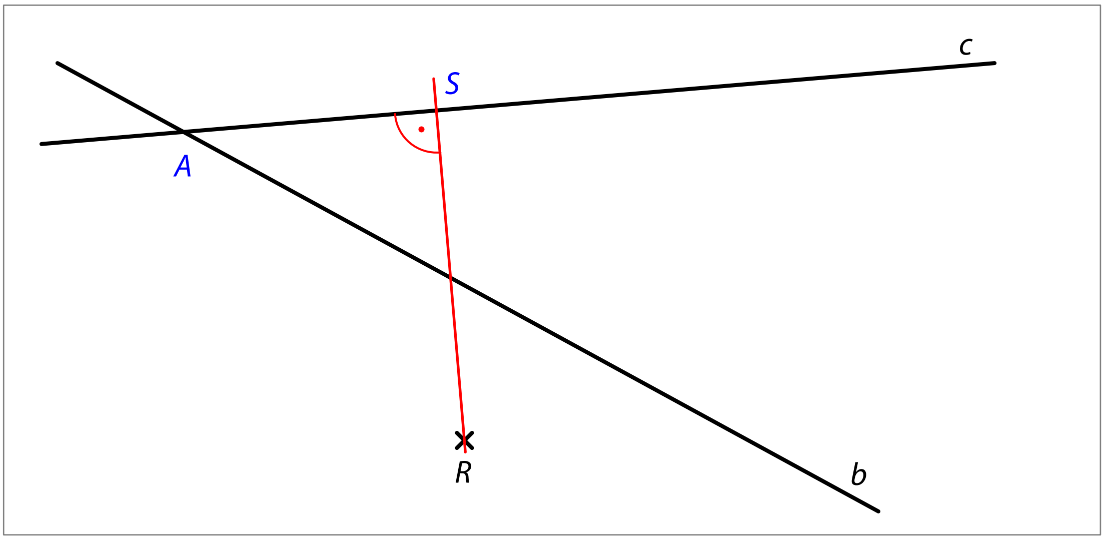




Pravoúhlý trojúhelník má na přímce *c* vrchol *A* (v průsečíku přímek *b*, *c*) a také vrchol *S*. Pravý úhel tak může být při vrcholu *S* nebo *R*. (Strana *AR* není kolmá na přímku *c*, proto pravý úhel nemůže být při vrcholu *A*.)

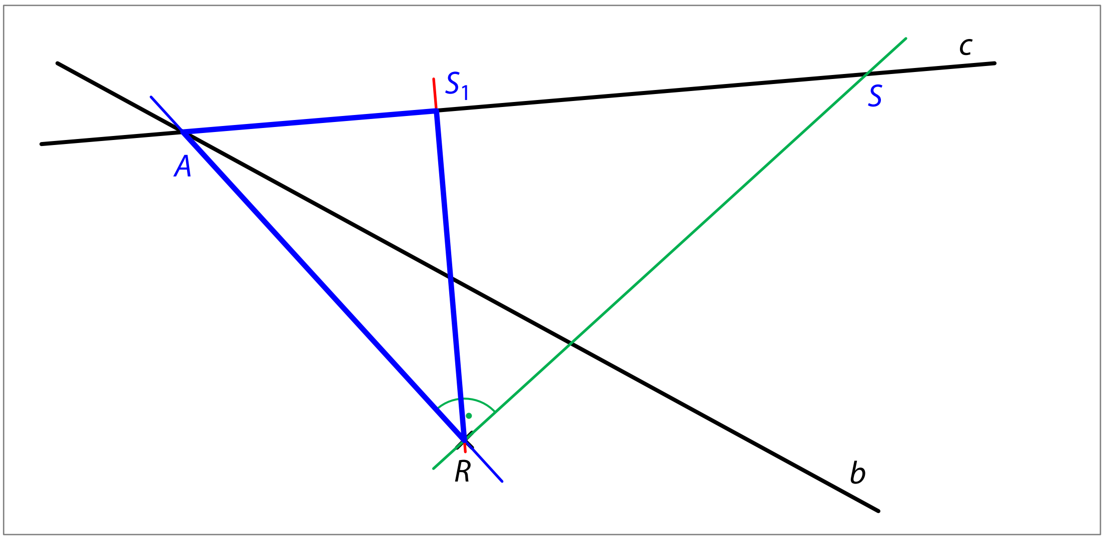
Vrchol *S* bude ležet na přímce vedené bodem *R* kolmo k přímce *c*, nebo kolmo k přímce *AR*.

Začneme rýsovat první řešení:

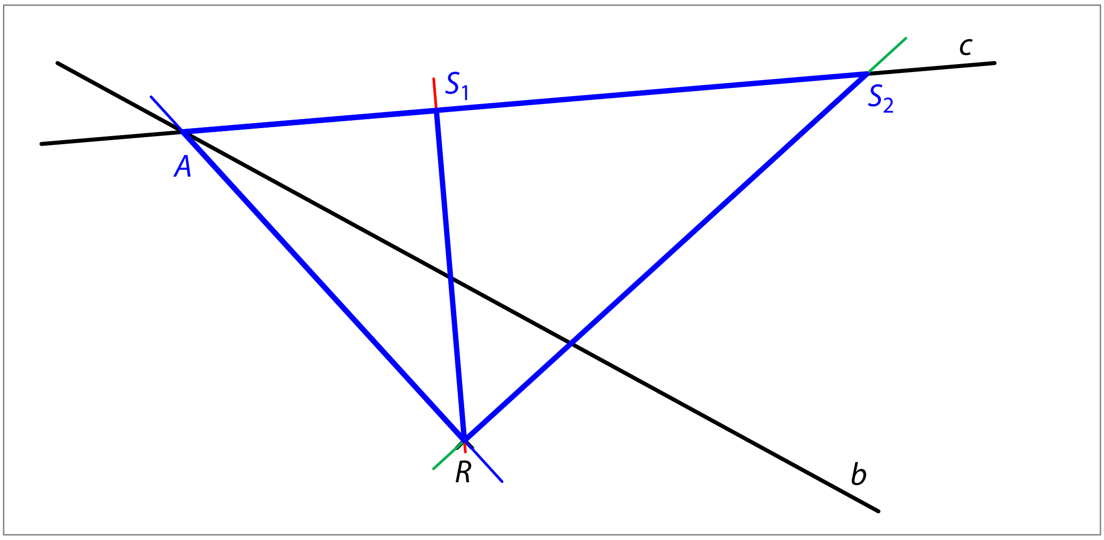


1. Průsečík přímek *b*, *c* je vrchol *A* trojúhelníku *ABCD*.
2. Bodem *R* vedeme kolmici k přímce *c*.
3. Průsečík červené přímky s přímkou *c* je vrchol *S* trojúhelníku *ARS*.
4. Sestrojíme trojúhelník *ARS* a zvýrazníme ho. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny. K písmenu označujícímu vrchol *S* před konstrukcí dalšího řešení doplníme číslo 1.)

Pokračujeme druhým řešením:

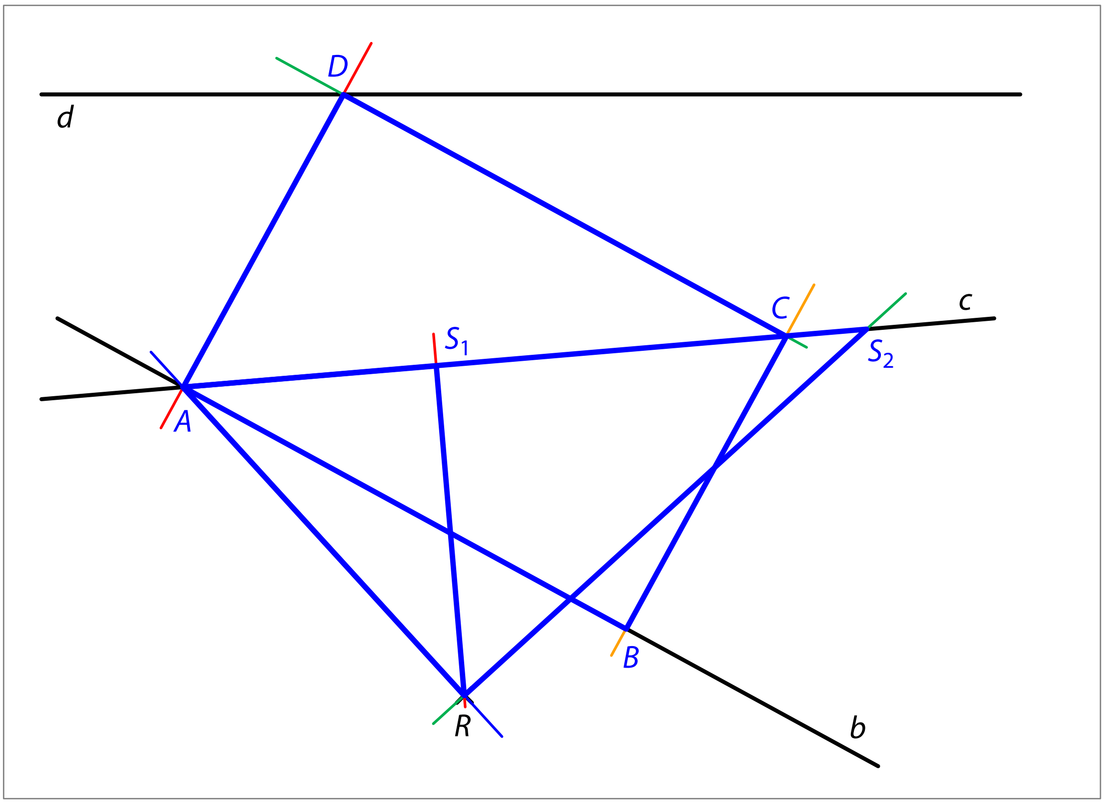


1. Bodem *R* vedeme kolmici k přímce *AR*.
2. Průsečík zelené přímky s přímkou *c* je vrchol *S* trojúhelníku *ARS*.
3. Zvýrazníme trojúhelník *ARS*. (Sestrojený vrchol musí být označen písmenem, které doplníme číslem 2.)



Závěr: Úloha má 2 řešení.

Řešení obou částí úlohy 7:

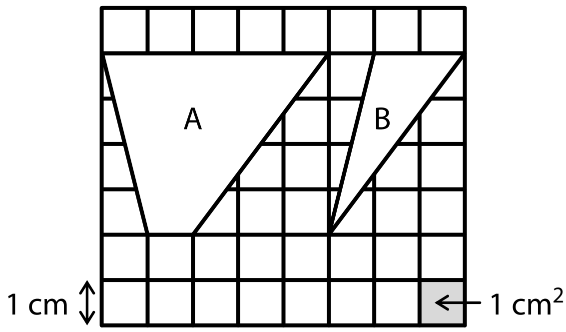


V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Čtvercová síť je tvořena čtverečky s délkou strany 1 cm a obsahem 1 cm^2.

Ve čtvercové síti jsou zakresleny bílé obrazce A, B s vrcholy v mřížových bodech.



(CZVV)

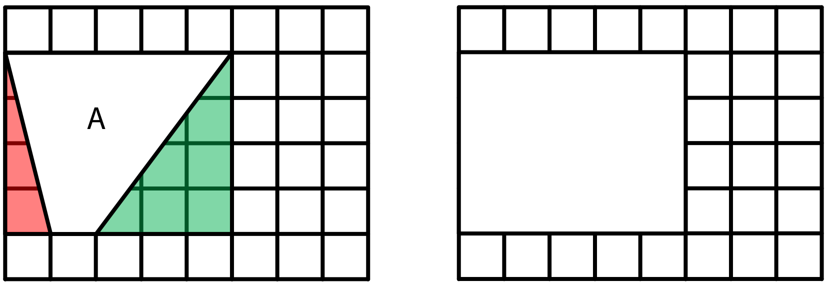
max. 4 body

8 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (8.1–8.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
8.1	Obsah obrazce A je 10 cm^2.	☐	☒
8.2	Obsah obrazce B je třikrát menší než obsah obrazce A.	☒	☐
8.3	<u>Obvod</u> obrazce B je o 4 cm menší než obvod obrazce A.	☒	☐

Řešení:

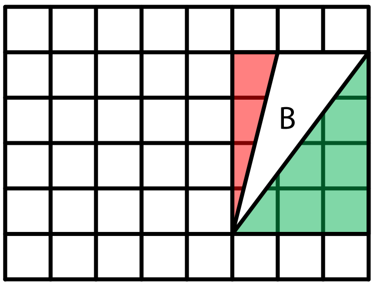
8.1 Obrazec A s červeným a zeleným trojúhelníkem vytvoří obdélník o obsahu 20 cm^2.

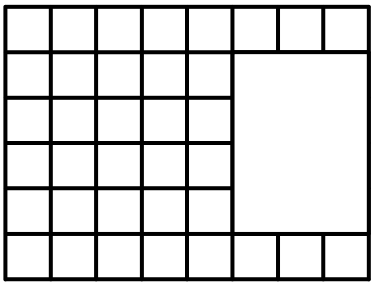


Obsah červeného trojúhelníku: 2 cm^2
Obsah zeleného trojúhelníku: 6 cm^2

Obsah obrazce A: $20\ cm^2 - (2\ cm^2 + 6\ cm^2) = 12\ cm^2$
Tvrzení 8.1 je **nepravdivé**.

8.2 Obrazec B s červeným a zeleným trojúhelníkem vytvoří obdélník o obsahu 12 cm^2.



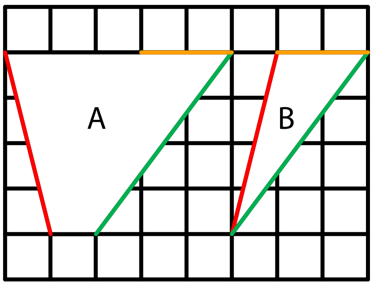


Obsah červeného trojúhelníku: 2 cm^2
Obsah zeleného trojúhelníku: 6 cm^2

Obsah obrazce B: 12 cm^2 − (2 cm^2 + 6 cm^2) = 4 cm^2
Obsah obrazce A: 12 cm^2 (viz řešení úlohy 8.1)

Obsah obrazce B je 3krát menší než obsah obrazce A (12 : 4 = 3).
Tvrzení 8.2 je **pravdivé**.

8.3 Na hranici obrazců A i B vyznačíme stejně dlouhé úsečky stejnými barvami.



Na hranici obrazce A zbyly dvě neobarvené úsečky délek 1 cm a 3 cm.
Obvod obrazce A je tedy o 4 cm (1 + 3 = 4) větší než obvod obrazce B.
Tvrzení 8.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Chlapci a dívky ve třídě vytvořili beze zbytku pětice, v nichž jsou 2 dívky a 3 chlapci. K vytvoření smíšených párů (1 chlapec a 1 dívka) chybí 6 dívek.

(CZVV)

2 body

9 Kolik dívek je ve třídě?

A) méně než 10

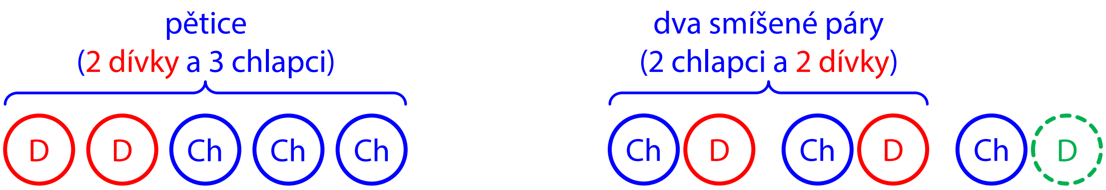
B) 10

C) 11

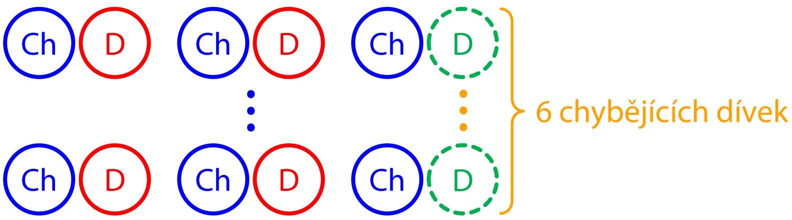
D) více než 11

E) Nelze jednoznačně určit.

Řešení:



Z každé pětice lze vytvořit dva smíšené páry a k vytvoření třetího páru chybí 1 dívka.



K vytvoření smíšených párů chybí 6 dívek. Protože v každé pětici chybí k vytvoření třetího páru 1 dívka, pětic muselo být celkem 6.

Všichni žáci vytvořili 6 pětic, v nichž bylo celkem **12 dívek** ($6 \cdot 2 = \mathbf{12}$).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Koberec je ručně vázaný. Každý měsíc se zhotovil stejný díl koberce. Vázání pětiny koberce trvalo půl roku.

(CZVV)

2 body

10 Kolik měsíců trvalo vázání poloviny koberce?

A) méně než 14 měsíců

B) 14 měsíců

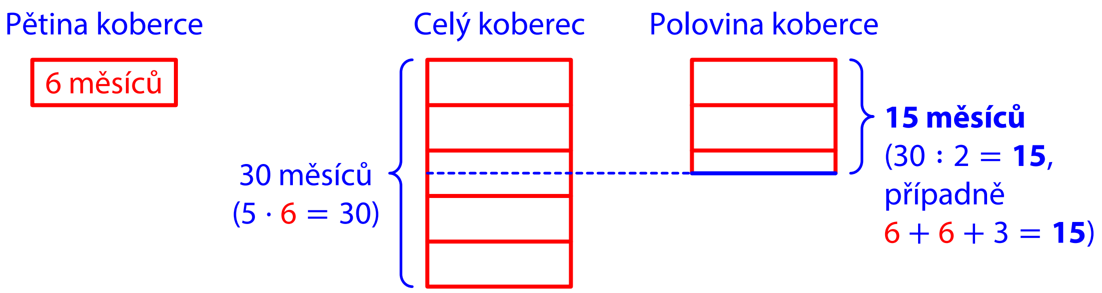
C) 15 měsíců

D) 16 měsíců

E) jiný počet měsíců

Řešení:

Vázání pětiny koberce trvalo půl roku, tj. 6 měsíců.



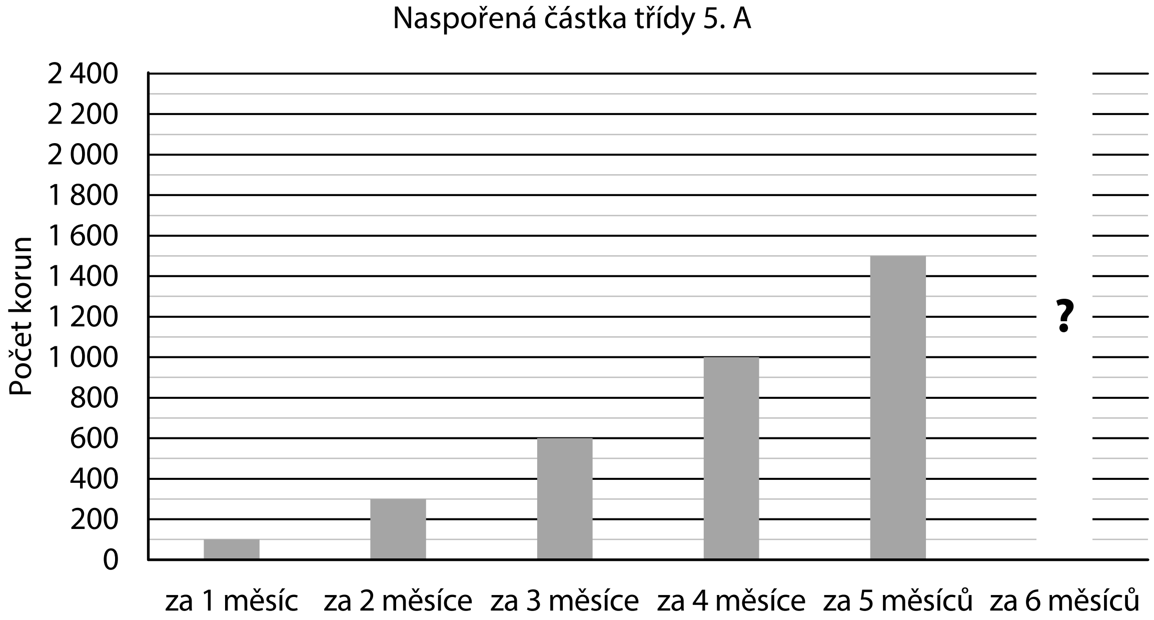
Vázání poloviny koberce trvalo **15 měsíců**.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHÁM 11–12

Třída 5. A s 20 žáky spořila půl roku na podporu adoptovaného hrocha.

Všichni žáci přispívali rovným dílem, ale každý měsíc vyšší částkou. Příspěvek žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku.

Z grafu lze vyčíst, jak v průběhu pěti měsíců narůstala naspořená částka celé třídy 5. A. Např. za 3 měsíce (tj. za 1., 2. a 3. měsíc) třída naspořila celkem 600 korun.



(CZVV)

2 body

11 O kolik korun se každý měsíc zvýšil příspěvek jednoho žáka třídy 5. A?

A) o 5 korun

B) o 10 korun

C) o 15 korun

D) o 20 korun

E) o více než 20 korun

Řešení:

Údaje ze zadání a grafu:
Naspořená částka celé třídy
za 1. měsíc (tj. příspěvek v 1. měsíci): 100 korun
za první 2 měsíce: 300 korun

Příspěvek celé třídy ve druhém měsíci: 300 korun − 100 korun = 200 korun

Příspěvek jednoho z 20 žáků
v 1. měsíci: 100 korun : 20 = 5 korun
ve 2. měsíci: 200 korun : 20 = 10 korun

Příspěvek jednoho žáka se ve 2. měsíci zvýšil (oproti 1. měsíci) **o 5 korun** (10 − 5 = 5).

Příspěvek každého žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku, tedy v každém měsíci se příspěvek zvýšil **o 5 korun**.

případně

Zvýšení příspěvku celé třídy ve 2. měsíci (oproti 1. měsíci):
200 korun − 100 korun = 100 korun

Všichni žáci přispívali rovným dílem, proto zvýšení příspěvku celé třídy (20 žáků) je 20krát větší než zvýšení příspěvku jednoho žáka.

Příspěvek každého žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku, tedy v každém měsíci se příspěvek zvýšil stejně jako ve 2. měsíci, a to **o 5 korun** (100 : 20 = **5**).

2 body

12 Kolik korun třída 5. A uspořila za půl roku (celkem za 6 měsíců)?

A) méně než 2 100 korun

B) 2 100 korun

C) 2 200 korun

D) 2 300 korun

E) více než 2 300 korun

Řešení:

Údaje ze zadání a grafu:
Naspořená částka celé třídy
za první 4 měsíce: 1 000 korun
za prvních 5 měsíců: 1 500 korun

Příspěvek celé třídy v 5. měsíci: 1 500 korun − 1 000 korun = 500 korun

Zvýšení příspěvku celé třídy v každém měsíci (tedy i v 6. měsíci): 100 korun
(rozdíl mezi příspěvky celé třídy ve dvou po sobě jdoucích měsících)

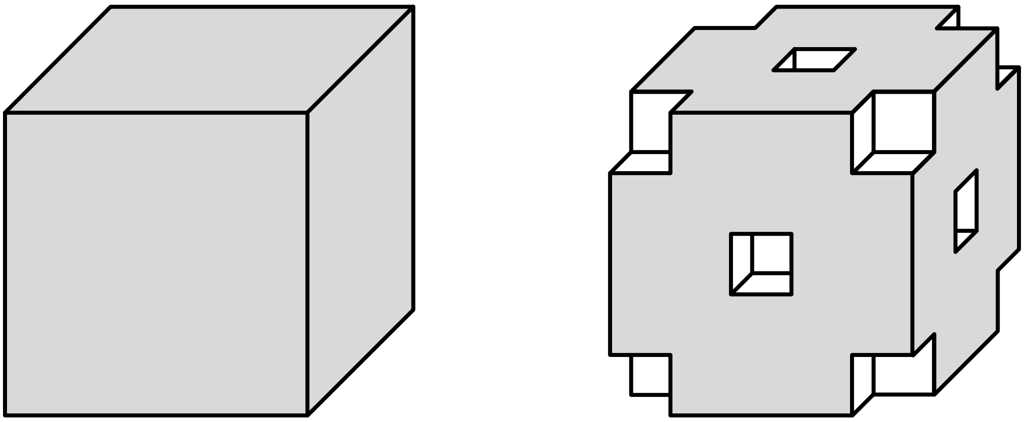
Příspěvek celé třídy v 6. měsíci: 500 korun + 100 korun = 600 korun

Naspořená částka celé třídy za půl roku: 1 500 korun + 600 korun = **2 100 korun**
(K naspořené částce za prvních 5 měsíců se přičte příspěvek v 6. měsíci.)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Krychle vlevo byla slepena ze 125 bílých krychliček, má tedy v každé řadě 5 krychliček. Krychle je na povrchu obarvena na šedo.

Když se z každého **rohu** a ze **středu** každé stěny této krychle odebere jedna krychlička, vznikne těleso vpravo.



(*CZVV*)

max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) odpovídající odpověď (A–F).

13.1 Kolik krychliček v tělese vpravo má právě jednu stěnu obarvenou na šedo? E

13.2 Kolik krychliček v tělese vpravo má právě dvě stěny obarvené na šedo? C

13.3 Kolik krychliček v tělese vpravo nemá obarvenou žádnou stěnu na šedo? A

A) 27

B) 30

C) 36

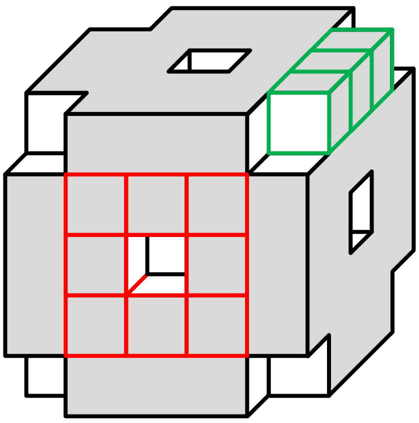
D) 41

E) 48

F) jiný počet krychliček

Řešení:

Těleso vpravo:



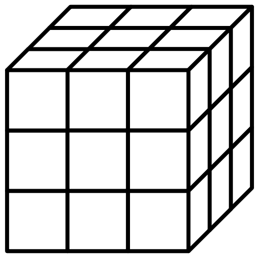
13.1 Vpředu je na tělese 8 krychliček, které mají právě jednu stěnu obarvenou na šedo. Obdobná situace nastává vzadu, vpravo, vlevo, nahoře i dole, tedy celkem 6krát.

Počet krychliček, které mají právě jednu stěnu obarvenou na šedo: $6 \cdot 8 = \mathbf{48}$

13.2 Vpravo nahoře jsou 3 krychličky, které mají právě dvě stěny obarvené na šedo. Jsou to krychličky, které zbyly podél jedné hrany původní krychle. Každá krychle má 12 hran, proto stejná situace nastane celkem 12krát.

Počet krychliček, které mají právě dvě stěny obarvené na šedo: $12 \cdot 3 = \mathbf{36}$

13.3 Bílé krychličky jsou pouze ty, které byly uvnitř původní krychle. Ty tvoří menší krychli se 3 krychličkami v každé řadě, což je celkem **27** bílých krychliček.



Jiný způsob řešení úlohy 13.3**:**

V původní krychli bylo 125 krychliček.

Odebráno při vytváření tělesa: 14 krychliček
(po jedné z každého rohu krychle, tj. 8 krychliček,
a po jedné ze středu každé stěny krychle, tj. 6 krychliček)

Počet krychliček v tělese: $125 - 14 = 111$

V tělese je 48 krychliček s jednou šedou stěnou (viz řešení úlohy 13.1)
a 36 krychliček se dvěma šedými stěnami (viz řešení úlohy 13.2).
Ostatní krychličky v tělese jsou bílé, tedy nemají žádnou stěnu obarvenou na šedo.

Počet krychliček, které nemají žádnou stěnu obarvenou na šedo: $111 - 48 - 36 = \mathbf{27}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Na obrazovce počítače jsou dvě čísla – jedno v modrém a druhé v červeném poli.

Na počátku jsou obě čísla stejná.

Při každém pípnutí se obě čísla zvětší – v modrém poli o 1 a v červeném o 3.

V jednu chvíli se na obrazovce objeví v modrém poli číslo 49 a současně v červeném poli číslo 129.

(CZVV)

max. 4 body

14

14.1 Určete, jaké číslo je v modrém poli **na počátku**.

Řešení:

Číslo v modrém poli	?	? + 1	? + 1 + 1	…	…
Číslo v červeném poli	?	? + 3	? + 3 + 3	…	
Rozdíl čísel v obou polích	0	2 (1 · 2)	4 (2 · 2)	6 (3 · 2)	
Počet pípnutí		1	2	3	

Na počátku jsou obě čísla stejná, tedy jejich rozdíl je 0.

Při 1. pípnutí se číslo v modrém poli zvětší o 1 a v červeném o 3. Rozdíl obou čísel bude 2.
Při 2. pípnutí se číslo v modrém poli opět zvětší o 1 a v červeném o 3, tedy jejich rozdíl se opět zvětší o 2 a bude roven $4 = 2 \cdot 2$.
Při 3. pípnutí se zvětší číslo v modrém poli opět o 1 a v červeném o 3, tedy jejich rozdíl se opět zvětší o 2 a bude roven $6 = 3 \cdot 2$.

Rozdíl čísel v červeném a modrém poli je 2krát větší než počet pípnutí.

Číslo v modrém poli	…	48	49	50	…
Číslo v červeném poli		126	129	132	
Rozdíl čísel v obou polích		78	80	82	
Počet pípnutí		39 ($78 = 2 \cdot 39$)	40 ($80 = 2 \cdot 40$)	41 ($82 = 2 \cdot 41$)	

Rozdíl čísel 129 a 49 je 80. Tato situace nastane při 40. pípnutí ($80 = 2 \cdot 40$).

Číslo v modrém poli se během prvních 40 pípnutí zvětší 40krát o 1 (tj. o 40) až na číslo 49.
Proto na počátku (než se číslo začne zvětšovat) musí být v modrém poli **číslo 9** ($49 - 40 = \mathbf{9}$).

Podobně se číslo v červeném poli během prvních 40 pípnutí zvětší 40krát o 3 (tj. o 120) až na číslo 129. Proto na počátku (než se číslo začne zvětšovat) musí být v červeném poli číslo 9 ($129 - 120 = 9$), stejně jako v modrém poli.

14.2 Určete číslo **v modrém** poli v okamžiku, kdy je o 30 menší než číslo v červeném poli.

Řešení:

Rozdíl čísel v červeném a modrém poli je 2krát větší než počet pípnutí (viz řešení úlohy 14.1). Rozdíl 30 nastane při 15. pípnutí ($30 = 2 \cdot 15$).

Na počátku bylo v modrém poli číslo 9 (viz řešení úlohy 14.1) a při 15. pípnutí bude v modrém poli **číslo 24** ($9 + 15 \cdot 1 = \mathbf{24}$).

14.3 Určete číslo **v červeném** poli v okamžiku, kdy je součet čísel v obou polích 2 018.

Řešení:

Na počátku je součet čísel v obou polích 18 ($9 + 9 = 18$, viz řešení úlohy 14.1).

Při každém pípnutí se jedno číslo zvětší o 1, druhé o 3, tedy jejich součet se zvětší vždy o 4.

Aby se součet čísel v obou polích zvětšil z 18 na 2 018, musí se zvětšit o 2 000, což je 500krát o 4 ($2\,000 : 4 = 500$). Součet čísel v obou polích bude 2 018 při 500. pípnutí.

Na počátku bylo v červeném poli číslo 9. Jestliže se toto číslo celkem 500krát zvětší o 3, zvětší se celkem o 1 500 ($500 \cdot 3 = 1\,500$) na **číslo 1 509** ($9 + 1\,500 = \mathbf{1\,509}$).

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 5A

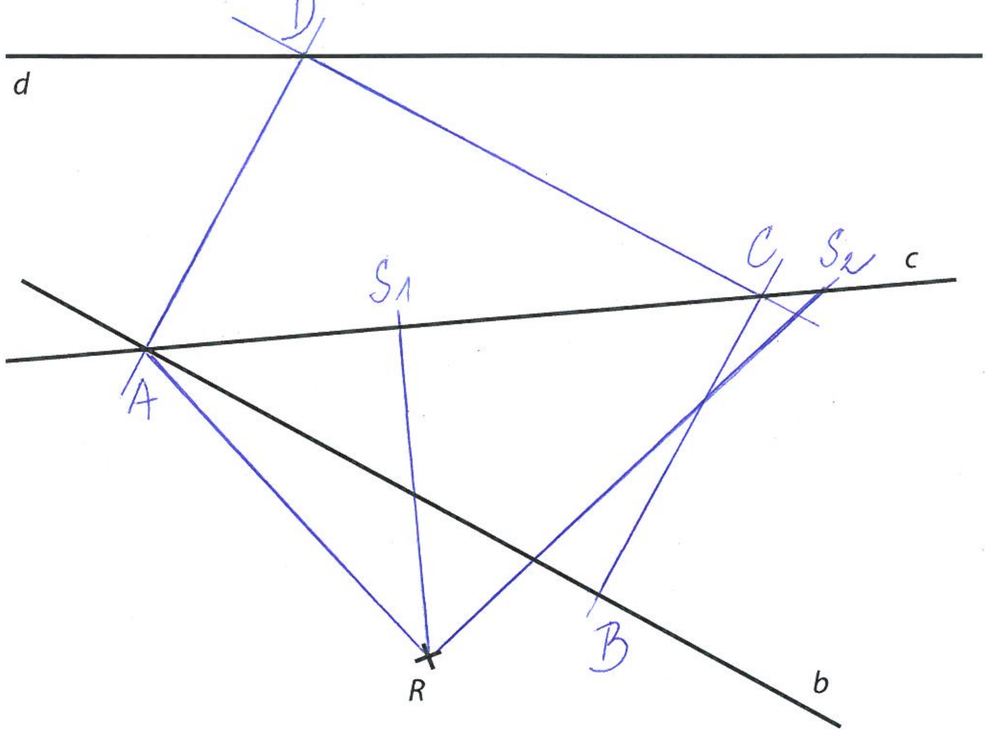
Jméno a příjmení: JAN TICHÝ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–2

1	1.1 31	1.2 56	
2	2.1 127	2.2 42	2.3 55
3	3.1 15 malých pytlů	3.2 18 velkých pytlů	
4	4.1 1 100 g	4.2 1 440 g	4.3 1400 g
5	5.1 7	5.2 8	5.3 11
6	10, 11, 12		

7 Obtáhněte vše propisovací tužkou.

7.1–7.2



8	A	N
8.1		X
8.2	X	
8.3	X	

	A	B	C	D	E
9				X	
10			X		
11	X				
12		X			

13	A	B	C	D	E	F
13.1					X	
13.2			X			
13.3	X					

14	14.1	14.2	14.3
	9	24	1509